



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ГАБРОВО  
КАТЕДРА „МАТЕМАТИКА“

СТУДЕНТСКА ОЛИМПИАДА ПО КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА

CompMath – 2011

20-22. X. 2011, Габрово

1. Да се пресметне стойността на израза  $\sqrt{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}}$  при  $x=1,1$  и  $y=3,14$ .
2. Да се пресметне  $\left(\frac{\sqrt{3}+5i}{4+2\sqrt{3}i}\right)^{2011}$ .
3. Да се приведе в нормален вид полинома  $(x-1)^7 + (x-3)^3$ .
4. Да се разложи на неразложими множители с реални коефициенти полинома  $x^8 + 1$ .
5. Да се разложи на сума от елементарни дробни рационалната функция 
$$\frac{18x^5 + 19x^4 + 37x^3 + 166x^2 - 90x + 270}{x^6 + 2x^5 + 2x^4 + 25x^3 - 36x^2 + 78x - 72}$$
.
6. Да се реши неравенството  $x + 2 \geq \sqrt{x+4}$ .
7. Да се реши в множеството на комплексните числа уравнението 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix} = 0.$$
8. Да се реши уравнението  $X A = B$ , ако  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 8 & 6 & 9 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -9 \\ 1 & 6 & 4 \\ 7 & 4 & -7 \end{pmatrix}$ .
9. Да се реши уравнението  $X^2 = A$ , където  $A = \begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}$ .
10. Да се реши системата 
$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 26 \\ 2x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 18 \end{cases}$$
11. Да се намери лицето на триъгълника  $ABC$ , ако  $A(45,28)$ ,  $B(23,92)$  и  $C(11,13)$ .
12. Да се намери пресечната точка на правата  $g: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-7}{8}$  и равнината  $\alpha: x+2y+3z+4=0$ .
13. Намерете пресечните точки на елипсата  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  и параболата  $y = (x+1)^2$ .

14. Да се намери обема на триъгълната пирамида  $ABCD$  с върхове  $A(1,3,6)$ ,  $B(4,7,2)$ ,  $C(8,1,-2)$  и  $D(3,2,7)$ .
15. Да се начертае графиката на квадратната функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , ако е известно, че минава през точките  $A(1,2)$ ,  $B(2,3)$  и  $C(5,4)$ .
16. Да се пресметне  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2012} - (n-2011)^{2012}}{2012 n^{2011}}$ .
17. Да се пресметне третата производна на функцията  $f(x) = x^{2012} \ln x$ .
18. За функцията  $f(x) = \arctg(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})$  да се пресметне  $f'(0)$ .
19. Да се намерят стойностите на  $x$ , за които функцията  $f(x) = \sqrt[3]{(x-8)^2} + \sqrt[3]{(x+1)^2}$  има локален екстремум.
20. Да се намери функция  $F(x)$ , която е примитивна на функцията  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$  в интервала  $(1, \infty)$  и  $F(\sqrt{2}) = 0$ .
21. Да се пресметне  $\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} dx$ .
22. Да се пресметне  $\int_0^1 \sqrt{x+1} \cdot \sin x^2 dx$ .
23. За кои стойности на  $x \in (\sqrt{2}, \infty)$  е изпълнено  $\int_{\sqrt{2}}^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} = \frac{\pi}{12}$ .
24. Да се пресметне лицето на фигурата, заградена от графиките на функциите  $y = \sin x$  и  $y = \cos 2x$  при  $x \in [0, \pi]$ .
25. Да се реши диференциалното уравнение  $y' + y = x\sqrt{y}$  при начално условие  $y(1) = e$ .
26. Да се пресметне сумата  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \dots + \frac{99}{100}$ .
27. Да се пресметне  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n+2011} + \frac{1}{n+2012} + \dots + \frac{1}{2n} - \ln 2}{\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} - \ln 2}$ .
28. Да се реши уравнението  $2\arctg x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$ .
29. Намерете реалните корени на уравнението  $x^3 - 10x^2 + 6 = 0$ .
30. За кои стойности на реалния параметър  $m$  уравнението  $x \ln^2 x = m$  има точно два реални корена?

Всяка задача се оценява с 2 точки.

Всички числени пресмятания да се извършват с подразбиращата се за съответната система за компютърна математика точност.