



**ЧЕТВЪРТА НАЦИОНАЛНА СТУДЕНТСКА ОЛИМПИАДА  
ПО КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА „АКАДЕМИК СТЕФАН ДОДУНЕКОВ“  
БУРГАСКИ СВОБОДЕН УНИВЕРСИТЕТ  
13 – 15 ноември 2015 г.**

**ТЕМА ЗА УЧЕНИЦИ**

1. Да се пресметне стойността на израза  $\sqrt{2+\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3+\sqrt{2}}$ .
2. Да се пресметне сумата  $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^5} + \dots + \frac{1}{50^{50}}$ .
3. Да се приведе в нормален вид полиномът  $(x+1)(x^2+2)(x^3+3)(x^4+4)(x^5+5)$ .
4. Да се опрости изразът  $\frac{x^4+7x^3+21x^2+63x+108}{x^5+4x^4-81x-324} \cdot \frac{3x^5+10x^4-81x^2-270x}{3x^3+19x^2+57x+90}$ .
5. Да се опрости изразът  $\left( \frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}} \right) : \frac{4\sqrt{a^4-a^2b^2}}{(5b)^2}$ , където  $a > b > 0$  са реални числа.
6. Да се изчисли стойността на израза  $\frac{1}{1+x+x.y} + \frac{1}{1+y+y.z} + \frac{1}{1+z+z.x}$  за всички допустими стойности на променливите, ако  $x.y.z=1$ .
7. Да се докаже, че ако към произведението на 4 последователни цели числа се прибави 1, се получава точен квадрат?
8. Да се намерят корените на уравнението  $x^3 - 5x + 2 = 0$ .
9. Да се реши уравнението  $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}} = x+1$ .
10. Да се реши неравенството  $\frac{2}{x-1} - \frac{10}{x-2} + \frac{15}{x-3} - \frac{7}{x-4} \geq 0$ .
11. Да се определи броят на решенията на системата уравнения  $\begin{cases} 9x^2 + 16y^2 = 144 \\ y = 2x^2 - 4 \end{cases}$ .
12. Да се намери броят на делителите на числото 201520152015.
13. Да се определи за колко цели числа  $n$  от 1 до 2015 числото  $3n^5 + 11$  е просто.
14. Да се определят числата  $a$  и  $b$  така, че полиномът  $ax^4 + bx^2 + 1$  да се дели на  $(x-2)^2$ .
15. Кои са целите числа  $n$ , за които числото  $n^4 + 8n^3 + 17n^2 + 8n + 1$  е просто.
16. Да се намери 2015-тата цифра на числото  $2015^{2015}$ .
17. Коя е последната цифра в десетичния запис на числото  $\frac{2015}{5^{2015}}$ ?
18. Да се докаже, че  $2\sqrt{2} \sin 36^\circ = \sqrt{5-\sqrt{5}}$ .
19. За кои стойности на реалния параметър  $a$  уравнението  $|x^2 - 2x - 3| = a$  има четири различни реални корена?
20. Колко реални корена има уравнението  $\sqrt{36-x^2} \lg x = \sin 6x$ .

Всяка задача се оценява с 3 точки.

Всички числени пресмятания да се извършват с подразбиращата се за съответната система за компютърна математика точност с изключение на задачите, в които изрично е посочена желаната точност.