

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ

ПО КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ

ПРИМЕРНА ТЕМА

1. Да се сравнят числата $A = \sqrt{14 + \sqrt{60} + \sqrt{72} + \sqrt{120}}$ и $B = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6}$.
2. Да се реши уравнението $9(x^3 + x) = 10(x^2 - x + 1)^2$.
3. Да се покаже, че за всеки три положителни цели числа a, b и c числото $a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$ е точен куб.
4. Да се реши неравенството $\frac{2x-1}{x^2-3x+2} + \frac{3x-2}{x^2-4x+3} \geq \frac{1}{x-3}$.
5. Да се реши системата
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 12 \\ x + y + x^2y^2 = 12 \end{cases}$$
 Да се изобразят графично решенията на двете уравнения и решенията на системата.
6. В триъгълника ABC $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ и $\sphericalangle BCA = 75^\circ$. Точки M и E лежат съответно върху страните AB и BC , като $\sphericalangle MCA = \sphericalangle EAC = 30^\circ$. Да се определи $\sphericalangle CME$.
7. Да се пресметне стойността на израза $\log_3 2 + \log_7 245 + \log_{12} 7 + \log_{\frac{1}{3}} 2 + \log_{\frac{1}{7}} 5 + \log_{\frac{1}{12}} 84$.
8. Графиката на функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$ минава през точките $A(1,12)$, $B(3,2)$ и $C(-2, -3)$. Да се намерят a, b и c и да се начертае графиката на $f(x)$.
9. Да се изобрази графиката на функцията $f(x) = |x^2 - 5x + 4| + |x^2 - 8x + 15|$ и да се определи най-малката ѝ стойност в интервала $[0,6]$.
10. Да се реши графично уравнението $3^{x+3} + 11 = |26x + 66|$.
11. Точките M, N, P и Q са среди на страните BC, CD, DE и AE на петоъгълника $ABCDE$, а точките K и L са среди на отсечките MP и NQ . Да се покаже, че дължината на отсечката KL зависи само от дължината на отсечката AB .
12. Да се начертаят графиките на функциите $y = |x + 3| - 1$ и $y = |2x - a|$, където a е параметър. Да се определи броя на решенията на уравнението $|2x - a| = |x + 3| - 1$ в зависимост от стойностите на a .
13. Две окръжности се допират външно в точка A . Права през A пресича за втори път двете окръжности съответно в точки B и C . Да се изобрази геометричното място на средите на отсечките BC .
14. Върху абсцисната и ординатната оси са избрани съответно точки A и B , различни от началото на координатната система. Да се изобразят правата $y = ax + b$ и параболата $y = ax^2 + bx$, ако правата минава през A и B .
15. Във вътрешността на ъгъл $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$ е дадена точка M . Да се построи права през M , от която раменете на ъгъла да отсичат отсечка със среда M .

Всяка от първите десет задачи се оценява с 3 точки, а всяка от последните пет задачи – с 6 точки. Време за работа – 4 часа. Решението на всяка задача трябва да бъде в отделен файл.