

15. През точката $M(1, 23)$ са построени допирателните MA и MB към параболата $y = 10 - x^2 - 2x$ (точките A и B лежат на параболата). Да се намери дължината на дъгата от параболата от точка A до точка B и лицето на криволинейния триъгълник ABM . Да се направи чертеж.
16. Да се намери обемът на ротационното тяло, получено при въртенето около оста Oy на криволинейния триъгълник, определен с неравенствата $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $\sin x \leq y \leq 1$.
17. Кривата $y = e^{-x}$, $x \in [0, \infty)$ е завъртяна около оста Ox . Намерете лицето на получената ротационна повърхнина.
18. Да се реши диференциалното уравнение $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$ при начални условия $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
19. В координатна система с единична отсечка с дължина 1 m са дадени точките: $A(3, 1, -6)$, $B(1, 2, -3)$, $C(2, 0, 5)$ и $D(-2, 1, 2)$. Точката M тръгва от точка A по посока на точка B , като се движи със скорост 2 m/s, а точката N тръгва в същото време от точка C по посока на точка D , като се движи със скорост 3 m/s. След колко секунди разстоянието между точките M и N ще бъде най-малко?
20. Да се намери лицето на фигурата, заградена от графиките на функциите $y = |x - 1|$ и $y = 3 - |x|$. Да се направи чертеж.
21. Точките $A(-\frac{72}{25}, \frac{7}{25})$ и $B(0, -1)$ лежат на елипсата $x^2 + 9y^2 = 9$. Да се намери точка C върху елипсата, така че триъгълникът ABC да има най-голямо лице.
22. Правата с уравнение $x + y = 2$ разделя площта на фигурата, заградена от кривата с уравнение $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ на две части. Да се намери лицето на по-голямата част. Да се направи чертеж.
23. За функцията $f(x)$ е известно, че минава през точката $M(1, 0)$ и $f'(x) = 4x^3 - 3\sqrt{x}$. Да се начертаят графиката на функцията $f(x)$ и допирателната в точката M .
24. Да се намерят асимптотите на функцията $f(x) = \frac{x}{2} - \arccos \frac{2}{x}$.
25. Да се реши уравнението $\arcsin 3x = \arccos 4x$.
26. Да се реши уравнението $2^x = 2x$.
27. Да се намери лицето на криволинейния трапец, определен с неравенствата
- $$2012 \leq x \leq 2016, \quad 0 \leq y \leq \frac{\pi - \sin 4x}{3 - \cos x}$$
28. Намерете най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -1 + \cos 4x, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \\ \sin 3x, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$
29. Дадена е функцията $f(x) = x^2 - 3x + \pi$. Колко реални корена има уравнението $f(x) = f(f(f(x)))$?
30. Да се реши матричното уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 4 & -6 & 5 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 8 & 96 \\ 192 & 60 & 447 \\ 108 & 32 & 258 \end{pmatrix}$.

Всяка задача се оценява с 2 точки.

Всички числени пресмятания да се извършват с подразбиращата се за съответната система за компютърна математика точност.