



**ПЪРВО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ
ВТУ „СВ. СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЙ“, ППМГ „ВАСИЛ ДРУМЕВ“
ВЕЛИКО ТЪРНОВО, 28-30 ОКТОМВРИ 2016 Г.**

1. Да се разложи на множители изразът $a^8 + 68a^4 + 256$.

2. Да се реши уравнението

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+2016}}} = 2016.$$

3. Да се опрости изразът $\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{bc^2-b^3+ab^2-ac^2}$.

4. Да се състави квадратно уравнение с корени $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}$ и $2 \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$.

5. Да се намери лицето на триъгълника, заграден от графиките на функциите $y = \frac{5x-1}{2}$, $y = \frac{7-x}{3}$ и абсцисната ос.

6. За кои стойности на параметрите a и b полиномът $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 + ax + b$ се дели на двучлена $x^2 - 1$?

7. Да се реши системата $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 4xy(2y^2 - 1) = 1 \end{cases}$. Да се изобразят графично решенията на двете уравнения и решенията на системата.

8. Колко цели положителни числа са решения на неравенството $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 88 - x$?

9. Графиката на функцията $f(x) = ax^2 + bx + c$ е парабола с връх $B(-1, -5)$ и минава през точка $A(1,3)$. Да се построи графиката на функцията.

10. В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 45^\circ$ и $\sphericalangle B = 60^\circ$. AA_1 и CC_1 са височини ($A_1 \in BC$ и $C_1 \in AB$), а H е ортоцентър на $\triangle ABC$. Да се намери отношението на периметъра на $\triangle AC_1H$ и дължината на AA_1 .

11. Дължините на страните на триъгълника ABC са $BC = a$, $CA = b$ и $AB = c$, като $2b = a + c$. Да се създаде динамична геометрична конструкция, отговаряща на условието и да се покаже, че върхът B , центърът I на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност и средите на страните AB и BC лежат на една окръжност.
12. Нека $f(x) = x^2 + 14x + 40$. Да се изобразят графиките на функциите $y = f(f(f(x)))$ и $y = a$, където a е реален параметър. Да се определи броят на различните реални корени на уравнението $f(f(f(x))) = a$ в зависимост от стойностите на параметъра a .
13. Да се построи квадрат $ABCD$, ако са известни центърът му O и две точки M и N , които лежат съответно на правите AB и CD .
14. Точка M е произволна точка от контура на квадрата $ABCD$, а точка O е център на квадрата. Намерете геометричното място на точка I , която е център на вписаната окръжност в $\triangle MOC$.
15. Даден е правилен десетоъгълник $ABCDEFGHIJ$ със страна 1. Права отсича от десетоъгълника триъгълник APQ , така че $AP + AQ = 1$. Да се създаде динамична геометрична конструкция, отговаряща на условието на задачата и да се покаже, че сборът на ъглите, от които се вижда отсечката PQ от върховете B, C, D, E, F, G, H, I и J не зависи от положението на точките P и Q .

Време за работа – 4 часа.

Решението на всяка задача трябва да бъде в отделен файл.

Задачи от 1 до 10 се оценяват с 3 точки, а задачи от 11 до 15 – с 6 точки.